

P-M 扩散与相干增强扩散相结合的抑制噪声方法

谢华英 周海银 谢美华

(国防科技大学理学院数学与系统科学系,长沙 410073)

摘要 该文讨论保边缘的去噪问题。针对 P-M 扩散不能有效保持线状特征,相干增强扩散易出现虚假条纹的缺点,提出了一种 P-M 扩散与相干增强扩散相结合的去噪方法。首先,建立了一个 P-M 扩散与相干增强扩散的加权组合模型。该模型在图像边缘部分侧重于相干增强扩散,其余部分则侧重于 P-M 扩散。然后,针对模型中存在的参数选取问题进行了分析。从公式推导出发,得到了在边缘点百分比给定的条件下,P-M 扩散参数的自适应取值方法,并从应用的角度出发,得到了相干增强扩散参数的经验取值。仿真计算结果表明,与一些常用的去噪方法相比,该方法既能有效地抑制图像噪声,又能较好地保持边缘等线状特征,同时具有较高的峰值信噪比。

关键词 Perona-Malik 扩散(P-M 扩散) 相干增强扩散 图像去噪

中图分类号: TP391.41 **文献标识码**: A **文章编号**: 1006-8961(2005)02-0158-06

Image Denoising through Combination of P-M Diffusion and Coherence Enhancing Diffusion

XIE Hua-ying, ZHOU Hai-yin, XIE Mei-hua

(Department of Mathematics and System Science, National University of Defense Technology, Changsha 410073)

Abstract This paper discusses how to maintain more edge information in the process of image denoising. It is well known that in P-M diffusion, noise at edges cannot be eliminated successfully and line-like structures cannot be held well, while in coherence enhancing diffusion, false textures arise. Thus, a denoising method of jointing these two models comes out. First, a weighted model of combining P-M diffusion with coherence enhancing diffusion is built, which emphasizes particularly on coherence enhancing diffusion at edges of an image while on P-M diffusion at the other part. Then, how to select parameters in the model is analyzed. An adaptive parameter selection method in P-M diffusion is achieved when the percent of the edge pixels in an image is given, and the experiential method to decide the parameters in coherence enhancing diffusion is proposed. And at last, the experimental results show that, compared with some conventional denoising methods, the proposed method can remove noise efficiently in images, keep line-like structures well, and has higher peak signal to noise ratio.

Keywords Perona-Malik diffusion(P-M diffusion), coherence enhancing diffusion, image denoising

1 引言

图像去噪是图像处理中的重要环节。传统的图像去噪方法,如高斯滤波、中值滤波等,主要是将图像的高频成分滤除。由于图像的细节如边缘等也分布在高频区域,因此它们总是在对噪声进行滤除的同时将图像的边缘部分模糊了。近年来,偏微分方

程去噪技术,取得了较好的效果,获得了国内外的广泛关注^[1-10]。在用偏微分方程进行图像去噪处理中,扩散方法是最具影响力的方法之一。此类方法将去噪过程用一个随时间演化的扩散方程来描述,通过调整扩散系数来解决边缘模糊和噪声去除之间的矛盾,常用的两种扩散方法为 P-M 扩散方法和相干增强扩散方法^[1-3]。P-M 扩散构造一个与梯度成反比的扩散系数,收敛速度较快,在均匀区域去噪效

基金项目:全国优秀博士论文作者专项基金(200140);国家重点实验室开放基金(TKLJ0102)

收稿日期:2003-03-31; **改回日期**:2004-09-01

第一作者简介:谢华英(1979~),女,分别于2001年和2003年于国防科技大学应用数学专业获理学学士和硕士学位,现为该校电子科学与工程学院信息与通信工程专业博士研究生。主要研究方向为图像处理的偏微分方程方法、目标识别。E-mail: xie_hying@163.com

果较好,但边缘处的噪声并没有得到有效抑制^[1,2],且经常会产生“块状”(blocky)效应^[4],使图像显得不自然,并使图像中的一些线状特征丢失。相干增强扩散通过构造一个扩散矩阵使扩散在边缘处沿灰度值中断最小的方向进行^[5],从而更好地保持线状特征,但会使图像的平坦区域出现虚假条纹。

本文在对 P-M 扩散和相干增强扩散进行分析的基础上,将两者结合起来建立了一个统一的去噪模型,该模型在图像的边缘部分鼓励相干增强扩散抑制 P-M 扩散,非边缘部分即较平坦区域鼓励 P-M 扩散抑制相干增强扩散。仿真计算结果表明,这种方法既可以获得较好的去噪效果,又可以较好地保持边缘纹理细节。此外,还从理论上分析了 P-M 扩散中参数的选取问题,从应用角度出发对相干增强扩散的参数选取问题进行了探讨。

2 P-M 扩散和相干增强扩散模型

令 $u_0: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ 表示一个灰值图像,其中 $u_0(x, y)$ 为灰度值。引进时间参数 t , 则对 $u_0(x, y)$ 去噪相当于求解如下偏微分方程^[6]

$$\frac{\partial u}{\partial t} = F[u(x, y, t)] \quad (1)$$

其中, $u(x, y, t): \mathbf{R}^2 \times [0, \tau] \rightarrow \mathbf{R}$ 表示时刻 t 的图像, F 表示一个特定的算法所对应的算子。构造不同的 F 可得到不同的扩散模型。其中 P-M 扩散模型^[7]表示为

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \operatorname{div}[f(|\nabla u|) \nabla u] \quad (2)$$

这里, $f(|\nabla u|) = k^2 / (k^2 + |\nabla u|^2)$, k 为一可调参数。

P-M 扩散实质上是利用 ∇u 来检测边缘,从而确保在非边缘处平滑较多,而在边缘处平滑较少,这在一般情况下是有效的,但 ∇u 不适用于用来检测平行的线状结构特征,从而使这些特征处的噪声得不到有效抑制。结构张量可以较好地检测出这类结构^[5],其表达式如下

$$J_p(\nabla u_\sigma) = K_p * (\nabla u_\sigma \nabla u_\sigma^T) \\ K_p(\cdot) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \cdot \exp\left(-\frac{|\cdot|^2}{2\sigma^2}\right), \rho \geq 0 \quad (3)$$

其中, Δu_σ 是 J_p 的参量, $|\cdot|^2$ 表示向量的 2 范数, ρ 反映线状结构的特征尺寸, $u_\sigma = u(\cdot, t) * K_\sigma$ 表示经高斯平滑后的图像 u , σ 为高斯平滑函数的尺度。

J_p 是一个二阶方阵,其较小的特征值对应垂直梯度方向,即相干方向的特征向量。Joachim Weickert 提出的相干增强扩散^[5],沿相干方向进行一维非线性扩散来恢复断裂结构,其模型的基本形式为

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \operatorname{div}(D \nabla u) \quad (4)$$

D 为一个扩散矩阵,其特征向量与结构张量 J_p 的特征向量相同。 D 的特征值取为

$$\lambda_1 = \alpha \\ \lambda_2 = \begin{cases} \alpha & \mu_1 = \mu_2 \\ \alpha + (1 - \alpha) \exp(-C / (\mu_1 - \mu_2)^2) & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

其中, μ_1, μ_2 为 $\nabla u_\sigma \otimes \nabla u_\sigma = \nabla u_\sigma \nabla u_\sigma^T$ 的特征值,刻画了其对应的特征方向灰度值的平均对比度。 $C > 0, \alpha \in (0, 1)$ 。当 $\mu_1 - \mu_2 \gg C$ 时, $\lambda_2 \approx 1$, 当 $\mu_1 - \mu_2 \ll C$ 时, $\lambda_2 \approx \alpha$ 。

相干增强扩散在图像的每一个像素处定义一个相干方向,沿此方向平滑来恢复断裂线状特征,同时也使边缘纹理处的噪声得到有效抑制,并避免对边缘处的模糊。但对那些被噪声污染的平坦区域而言,沿相干方向扩散时,会产生一些虚假条纹,从而大大影响了图像的质量。

3 边缘保持的扩散去噪方法

3.1 加权去噪模型

P-M 扩散是基于图像为分片连续的曲面且假设各光滑区域内梯度为零的条件下获得的,其扩散系数为梯度的减函数,在边缘等梯度模大的地方其扩散系数取得很小,所以由 P-M 扩散去噪后的图像在边缘处基本没做处理,且在光滑区域也会出现块状效应。而相干增强扩散侧重于对断裂的边缘进行处理,所以能较好地凸现边缘,但也会错误地把光滑区域的噪声点当成是断裂边缘的一部分,在光滑区域产生许多虚假边缘。为了对这两种模型进行取长补短,需设计算法使模型在非边缘处以 P-M 扩散为主,而在边缘处以相干增强扩散为主。一种直观的方法就是对两种扩散方法进行加权平均,模型转化为

$$\frac{\partial u}{\partial t} = o_1(x, y) \operatorname{div}[f(|\nabla u|) \nabla u] + \\ o_2(x, y) \operatorname{div}[D \nabla u] \quad (6)$$

其中,权函数满足

(1) $o_1(x, y)$ 为梯度 $|\nabla u|$ 的减函数,而 $o_2(x, y)$

为梯度 $|\nabla u|$ 的增函数;

$$(2) 0 \leq o_1(x, y), o_2(x, y) \leq 1; \tag{7-2}$$

$$(3) o_1(x, y) \approx 0, (x, y) \text{ 为边缘点}; \tag{7-3}$$

$$(4) o_2(x, y) \approx 0, (x, y) \text{ 为光滑点}; \tag{7-4}$$

$$(5) o_2(x, y) = 1 - o_1(x, y). \tag{7-5}$$

一种适用的权函数选取方法就是取

$$o_1(x, y) = \frac{k^2}{k^2 + |\nabla u|^2} \tag{8}$$

$$o_2(x, y) = \frac{|\nabla u|^2}{k^2 + |\nabla u|^2}$$

其参数 k 的选取将在下节进行讨论。实际上,在满足式(7)的情况下, $o_1(x, y)$ 可以取很多形式,如指数形式 $o_1(x, y) = e^{-|\nabla u|}$ 等。

3.2 P-M 扩散中的参数选取

扩散系数的大小直接决定去噪的质量,系数取得太大将导致对图像的过度光滑,取得太小又无法保证去噪效果。因此,在去噪模型中参数选取合适与否直接关系到处理的效果。下面从公式推导出发来分析 P-M 扩散中的参数选取问题。

令 $\xi = \frac{\nabla u}{|\nabla u|}$ 是梯度方向的单位向量, η 是与 ξ 垂直的单位向量,即

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix} \tag{9}$$

$$\eta = \frac{1}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \begin{pmatrix} -u_y \\ u_x \end{pmatrix}$$

求 u 在 ξ 方向上的偏导数,则

$$u_\xi = u_x \cos \alpha + u_y \cos \beta \tag{10}$$

其中, $\cos \alpha, \cos \beta$ 为 ξ 上的方向余弦

$$\cos \alpha = \frac{u_x}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} \tag{11}$$

$$\cos \beta = \frac{u_y}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}}$$

故 $u_\xi = \frac{u_x^2 + u_y^2}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}}$, 同样方法可以推出

$$u_{\xi\xi} = \frac{u_{xx}u_x^2 + 2u_xu_yu_{xy} + u_{yy}u_y^2}{u_x^2 + u_y^2} \tag{12}$$

$$u_{\eta\eta} = \frac{u_{xx}u_y^2 - 2u_xu_yu_{xy} + u_{yy}u_x^2}{u_x^2 + u_y^2}$$

则 $u_{\xi\xi} + u_{\eta\eta} = u_{xx} + u_{yy}$ 。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \text{div}[f(|\nabla u|)\nabla u]$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\partial}{\partial x}(f(|\nabla u|)u_x) + \frac{\partial}{\partial y}(f(|\nabla u|)u_y) \\ &= \frac{\partial f(|\nabla u|)}{\partial |\nabla u|} \frac{\partial |\nabla u|}{\partial x} u_x + \frac{\partial f(|\nabla u|)}{\partial |\nabla u|} \frac{\partial |\nabla u|}{\partial y} u_y + \\ & \quad f(|\nabla u|)(u_{xx} + u_{yy}) \\ &= \frac{\partial f(|\nabla u|)}{\partial |\nabla u|} \frac{u_{xx}u_x^2 + 2u_xu_yu_{xy} + u_{yy}u_y^2}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} u_y + \\ & \quad f(|\nabla u|)(u_{\xi\xi} + u_{\eta\eta}) \\ &= \frac{\partial f(|\nabla u|)}{\partial |\nabla u|} \sqrt{u_x^2 + u_y^2} \frac{u_{xx}u_x^2 + 2u_xu_yu_{xy} + u_{yy}u_y^2}{u_x^2 + u_y^2} + \\ & \quad f(|\nabla u|)(u_{\xi\xi} + u_{\eta\eta}) \\ &= f(|\nabla u|) \left(u_{\eta\eta} + \left(1 + \frac{|\nabla u|f'(|\nabla u|)}{f(|\nabla u|)} \right) u_{\xi\xi} \right) \end{aligned} \tag{13}$$

这里记 $f'(|\nabla u|) = \frac{\partial f(|\nabla u|)}{\partial |\nabla u|}$ 。

将 P-M 扩散系数 $f(|\nabla u|) = \frac{1}{1 + |\nabla u|^2/k^2}$ 代入式(13), 则有

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{k^2}{k^2 + |\nabla u|^2} u_{\eta\eta} + \frac{k^2}{k^2 + |\nabla u|^2} \frac{k^2 - |\nabla u|^2}{k^2 + |\nabla u|^2} u_{\xi\xi} \tag{14}$$

下面从上式出发, 结合在去噪的同时更好地保持边缘的应用要求进行讨论:

(1) 在梯度模 $|\nabla u|$ 较大的地方, 即在边缘附近, 要求

① 在梯度方向尽量不做平滑, 即 $k^2 - |\nabla u|^2 \approx 0$, 以更好地保持边缘。

事实上是 $\frac{k^2}{k^2 + |\nabla u|^2} \frac{k^2 - |\nabla u|^2}{k^2 + |\nabla u|^2} \approx 0$, 但 k 不能趋于 0, 因为若如此, 则垂直梯度方向即沿边缘方向的扩散系数也为 0, 边缘处的噪声不能得到有效抑制。又因逆向扩散在一定程度上可以增强边缘^[8], 故 $\frac{k^2 - |\nabla u|^2}{k^2 + |\nabla u|^2}$ 不必严格等于 0, 也可稍小于 0, 则可

构造使沿梯度方向的扩散系数为负的 k 。因此, 在 k 的构造上只要满足 $k^2 \approx |\nabla u|^2$ 即可。

② 为消除边缘处噪声, 在垂直于梯度即沿边缘的方向进行一定的平滑, 即 $\frac{k^2}{k^2 + |\nabla u|^2} \rightarrow M$, 其中 M 为一大于 0 的常数。

(2) 在梯度 $|\nabla u|$ 较小的地方, 近似认为是图像连续区域, 希望在沿边缘和垂直边缘两个方向都有较快的扩散速度, 从而保证去噪的效果。亦即, 希

望沿边缘方向的系数 $\frac{k^2}{k^2 + |\nabla u|^2}$ 与垂直边缘方向的系数 $\frac{k^2}{k^2 + |\nabla u|^2} \frac{k^2 - |\nabla u|^2}{k^2 + |\nabla u|^2}$ 同时取较大的值。 $\frac{k^2}{k^2 + |\nabla u|^2} \approx 1$, 显然这时 k 越大越能符合条件。但是当 k 很大的时候, 显然又会与(1)中的要求相冲突, 需要在这两个矛盾中寻找一个平衡。

针对以上情况, 在构造参数 k 时, 既要使得 k 足够大, 又要使得 k 小于等于边缘点的梯度绝对值, 将 k 取成边缘检测算子的阈值显然是一种较合理的选择。采用 Canny 算子提取边缘的方法, 令 k 值对应于 Canny 算子提取边缘的高阈值, 对图像进行去噪处理。Canny 算子的阈值一般取为使图像 70% 的点为非边缘点的分界值。事实上, 这一比值可根据边缘提取的实际情况来确定。

3.3 相干增强扩散的参数选取

对于相干增强扩散, 其参数选择更为复杂, 直接进行公式的推导比较困难。这里涉及到的参数有反映噪声大小的标准偏差 σ , 反映纹理结构特征尺寸的参数 ρ , 阈值 C 以及扩散率 α , 下面主要从应用的角度出发进行探讨。

在上文中已经提到, 参数 C 实际上可以看成是一个阈值, 当 $\mu_1 - \mu_2 \gg C$ 时, $\lambda_2 \approx 1$, 当 $\mu_1 - \mu_2 \ll C$ 时, $\lambda_2 \approx \alpha$ 。若取 $C = 1$, 则只有当 $|\nabla u_\sigma|^2 \rightarrow 0$ 即相邻像素灰值相等时, 扩散率为 α (通常所取的 α 是很小的), 否则扩散系数随着 $|\nabla u_\sigma|^2$ 的增大而增大, 这里主要处理的是边缘处的噪声, C 如此选择显然是合理的。 α 通常取为 0.01^[2]。

对于反映噪声大小的标准偏差 σ 和反映特征尺寸大小的参数 ρ , 主要根据从大量仿真实验总结得到的规律进行选择。

一般说来, σ 越大, 噪声抑制效果越好, 扩散收敛速度越快, 但平坦区域产生的虚假条纹也越明显。在本文方法中, P-M 扩散和相干增强扩散在同一时刻终止, 则 σ 不能取得太小, 而这里相干增强扩散主要用来处理边缘区域, 所以增大 σ 对处理结果影响不大。据此, 在仿真实验中一般取 $\sigma = 0.4$ 。

ρ 反应的是边缘纹理结构的特征尺寸。一般地, 相对 σ, ρ 是比较大的, 其选取需要针对具体的图像及其需保护的细节进行分析。如对 Lena 图像而言, 若需要保护的是帽穗, 其纹理结构较小, 因此选择适当小一点的 ρ 有利于更好地反映图像的本

特征, 这样做的另一好处是能够克服 ρ 取得太大时一些不必要连接起来的线条连在一起的现象。对街区图像, 根据图中道路线状特征明显这一特点, 则适当选择大一点的 ρ 。

4 数值计算结果

一般而言, 图像的噪声大致可分 3 类, 即感光照片上的颗粒噪声、光电转换过程中产生的光电子噪声和电子设备产生的热电子噪声。对颗粒噪声, 可用高斯白噪声作为模型; 对光电子噪声, 在光照较弱时, 可用具有泊松分布的随机变量作为模型, 其标准差等于均值的平方根, 在光照较强时, 泊松分布趋向高斯分布, 其标准差仍等于均值的平方根; 对热电子噪声, 一般用零均值的高斯白噪声作为模型。因此, 在大多数图像处理中, 常用零均值高斯白噪声作为图像的噪声模型^[11]。

针对这种零均值高斯白噪声对提到的方法进行数值计算, 并给出与中值滤波、小波阈值萎缩去噪方法^[12] (阈值选择 Donoho Johnstone 统一阈值, 阈值函数采用半软阈值函数) 以及单独进行 P-M 扩散和相干增强扩散方法进行噪声抑制的比较。表 1 中为对某街区图、Matlab 图像库中的图像 cameraman、circuit 以及标准测试图像 Lena, Barb 进行噪声抑制后的峰值信噪比。表 1 的数据说明算法的有效性。本文方法除在峰值信噪比上有明显提高外, 更重要的是从处理后的图像中可以看出其保持边缘纹理的优势。为节省篇幅, 只列出街区图的仿真结果, 在其上加标准方差为 20 的零均值高斯白噪声, 用 P-M 扩散方法、相干增强扩散方法和本文方法进行处理的结果如图 1 所示。

从表 1 可以看出, 采用文中提出的去噪模型进行噪声抑制的结果明显优于传统的中值滤波方法以及小波阈值萎缩去噪方法, 峰值信噪比至少能提高 1dB 以上。

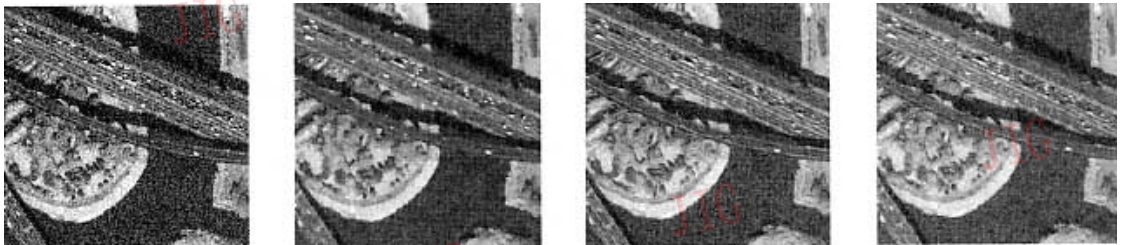
从对街区图的处理效果来看, P-M 扩散处理后整个图像看上去比较平滑, 但是一些重要的细节如道路上的细线条以及桥下的树木丛被模糊掉了。相干增强扩散处理后出现了很多虚假条纹, 使整个图像看上去失真了。而本文方法较好地去除了平坦区域和边缘处的噪声, 处理后道路线条仍清晰可辨, 与相干增强扩散相比, 大大减少了虚假条纹现象。

表 1 对多幅图像进行噪声抑制后的峰值信噪比

Table 1 Comparative results in peak signal-to-noise ratio of filtering different images

(单位: dB)

图片	噪声标准方差	中值滤波	小波方法	P-M 扩散	相干增强扩散	本文方法
街区图	15	26.048 3	27.044 4	28.128 6	27.934 8	29.154 4
	20	24.852 5	25.733 8	26.387 5	26.364 2	27.007 8
Lena	15	29.723 8	30.277 8	31.246 1	31.228 3	31.846 1
	20	28.701 2	29.210 8	30.402 3	30.193 9	31.002 3
Circuit	15	30.571 7	31.213 4	32.360 6	31.836 6	32.939 5
	20	28.633 2	30.285 3	31.055 8	30.751 5	31.963 7
Cameraman	15	26.784 4	27.251 4	29.118 5	28.950 1	29.863 6
	20	25.743 7	26.143 3	27.827 1	27.542 3	28.619 1
Barb	15	25.387 0	26.336 1	27.549 4	27.685 5	28.230 1
	20	24.412 6	25.324 1	26.268 8	26.806 6	27.209 4



(a) 噪声图

(b) P-M 扩散效果图

(c) 相干增强扩散效果图

(d) 本文方法效果图

图 1 采用不同的方法对街区图像(噪声标准方差为 20)进行去噪的结果

Fig. 1 Comparison of the restoration performance by various filters for the block image corrupted by additive white Gaussian noise(standard variance is 20)

5 结论

理论分析和仿真结果证明,本文所提出的统一去噪模型,不仅能够有效地抑制图像相对平坦区域和边缘处的噪声,而且能够较好地保持图像边缘纹理等细节特征。但对模型权系数的选择以及相干增强扩散中的参数选取问题还需做进一步的研究,以求在更充分地抑制噪声的同时更好地保持甚至增强边缘纹理。

致谢 本文是在国防科学技术大学数学技术实验室完成的。在论文的构思和形成过程中,与实验室朱炬波副教授和王正明教授进行了有益讨论,在此一并表示感谢。

参考文献 (Reference)

1 Joachim Weickert. A review of nonlinear diffusion filtering [A]. Scale-Space Theory in Computer Vision, Lecture Notes in Computer

Science [M], Berlin: Springer, 1997; 3 ~ 28.

2 Rein van den Boomgaard. Algorithms for nonlinear Diffusion Matlab in a Literate Programming Style [CP/OL]. <http://carol.wins.uva.nl/~rein/ndiffusionweb/material.html>, 2001-09.

3 weickert J. Theoretical foundations of anisotropic diffusion in image processing [J]. Computing, 1996, 11 (supp.): 221 ~ 236.

4 You Yu-li, Kaveh M. Fourth-order partial differential equations for noise removal [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, 9 (10): 1723 ~ 1730.

5 Joachim Weickert. Coherence-enhancing diffusion filtering [J]. International Journal of Computer Vision, 1999, 31 (2/3): 111 ~ 127.

6 Gao Xin, Liu Lai-fu. Image processing methods based on PDE [J]. Mathematics in Practice and Theory, 2001, 31 (3): 206 ~ 210. [高鑫, 刘来福. 基于 PDE 模型的图像处理方法 [J]. 数学的实践与认识, 2001, 31 (3): 206 ~ 210.]

7 Perona P, Malik J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990, 12 (7): 629 ~ 639.

8 Guy Gilboa, Yehoshua Y Zeevi, Nir A Sochen. Forward and backward diffusion processes for adaptive image enhancement denosing [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2002,

- 11(7): 689 ~ 703.
- 9 Chen Zhao-yang, Li Qiang, Zhang Gui-lin. A novel method for elimination of noise based on deformable model in IR image [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 1998, 27(4): 6 ~ 8. [陈朝阳, 李强, 张桂林. 一种基于变形模型的红外图像去噪新方法[J]. *红外与激光工程*, 1998, 27(4): 6 ~ 8.]
- 10 Yang Li-jun, Geng Wan-zhen, Jiang Lin-zhen, *et al.* Simulation of a novel method for noise reduction in infrared imaging testing [J]. *Acta Optica Sinica*, 1999, 19(3): 321 ~ 326. [杨黎俊, 耿完桢等. 红外成像检测中一种新型噪声抑制方法的理论模拟[J]. *光学学报*, 1999, 19(3): 321 ~ 326.]
- 11 Liu Wei, Ma Zheng-ming. Wavelet image threshold denoising based on edge detection [J]. *Journal of Image and Graphics*, 2002, 7(8): 788 ~ 793. [柳薇, 马争鸣. 基于边缘检测的图像小波阈值去噪方法[J]. *中国图象图形学报*, 2002, 7(8): 788 ~ 793.]
- 12 Xie Jie-cheng, Zhang Da-li, Xu Wen-li. Overview on wavelet image denoising [J]. *Journal of Image and Graphics*, 2002, 7(3): 209 ~ 217. [谢杰成, 张大力, 徐文力. 小波图像去噪综述[J]. *中国图象图形学报*, 2002, 7(3): 209 ~ 217.]